PART3 定積分

要点① 定積分

関数 $f(x)=3x^2$ の不定積分は，$\int 3x^2\,dx=x^3+C$（C は積分定数）と表される。これを $F(x)$ とおくと，$F(x)=x^3+C$ となり，これは x の関数である。

ここで，$F(3)-F(1)$ を計算すると

$$F(3)-F(1)=(3^3+C)-(1^3+C)=26$$

となり，この値は，積分定数 C とは無関係に 1 つに定まる。

一般に，関数 $f(x)$ の不定積分の 1 つを $F(x)$ とするとき

$$F(b)-F(a)$$

の値を，$f(x)$ の a から b までの「　　　」といい，記号「　　　　　」で表す。a をこの定積分の「　　」，b を「　　」という。

また，関数 $F(x)$ に対し，$F(b)-F(a)$ を記号「　　　」で表す。

定積分

関数 $f(x)$ の不定積分の 1 つを $F(x)$ とすると

$$\int_a^b f(x)dx=\Big[F(x)\Big]_a^b=F(b)-F(a)$$

例 $\int_1^2 x^2\,dx=$　　　　$=$　　　　　　　　$=\frac{8}{3}-\frac{1}{3}=\frac{7}{3}$

定積分の値は，積分定数 C の値に無関係であることより，不定積分の定数項を 0 として計算するとよい。

また，定積分 $\int_a^b f(x)dx$ を求めることを，関数 $f(x)$ を「　　　　　　　　」という。

[MEMO]

3　次の定積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int_1^3 (2x+3)dx$　　(2) $\displaystyle\int_{-2}^1 (3x^2-18x-21)dx$

Point Pickup

定積分

関数 $f(x)$ の不定積分の 1 つを $F(x)$ とすると

$$\int_a^b f(x)dx = \Big[F(x)\Big]_a^b = F(b)-F(a)$$

① 関数 $f(x)$ の不定積分 $F(x)$ のうち，定数項が 0 のものを求める。

② $F(b)-F(a)$ を計算する。

第18講 PART3 確認問題

次の定積分を求めよ。

1 $\int_{1}^{2}(4x-3)dx=$ ア

2 $\int_{-1}^{3}(3x^2-8x+2)dx=$ イ

PART3 定積分

3 次の定積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int_{1}^{3}(2x+3)dx$　　(2) $\displaystyle\int_{-2}^{1}(3x^2-18x-21)dx$

[解答]

(1) $\displaystyle\int_{1}^{3}(2x+3)dx=\Big[x^2+3x\Big]_{1}^{3}$

$=(3^2+3\cdot3)-(1^2+3\cdot1)=18-4=14$

(2) $\displaystyle\int_{-2}^{1}(3x^2-18x-21)dx=\Big[x^3-9x^2-21x\Big]_{-2}^{1}$

$=(1^3-9\cdot1^2-21\cdot1)-\{(-2)^3-9\cdot(-2)^2-21\cdot(-2)\}$

$=(-29)-(-2)=-27$

第 18 講　PART3 確認問題 解答

1

[正解] ア：3

[解説]

$$\int_{1}^{2}(4x-3)dx$$

$$=\Big[2x^2-3x\Big]_1^2 \quad \text{[A]}$$

$$=(2\cdot2^2-3\cdot2)-(2\cdot1^2-3\cdot1)$$

$$=2-(-1)$$

$$=3$$

[A]　関数 $f(x)$ の不定積分の 1 つを $F(x)$ とすると

$$\int_a^b f(x)dx=\Big[F(x)\Big]_a^b=F(b)-F(a)$$

2

[正解] イ：4

[解説]

$$\int_{-1}^{3}(3x^2-8x+2)dx$$

$$=\Big[x^3-4x^2+2x\Big]_{-1}^3 \quad \text{[B]}$$

$$=(3^3-4\cdot3^2+2\cdot3)$$

$$\quad -\{(-1)^3-4\cdot(-1)^2+2\cdot(-1)\}$$

$$=-3-(-7)$$

$$=4$$

[B]　関数 $f(x)$ の不定積分の 1 つを $F(x)$ とすると

$$\int_a^b f(x)dx=\Big[F(x)\Big]_a^b=F(b)-F(a)$$